

## *Analyse de comportement cyclique des flux de trésorerie*

### *Analysis of cyclical behavior of cash flows*

*Pr. Rezig Kamel \**

*Professeur, Université de Blida2, Algérie*

*kamel\_rezig@yahoo.fr*

*Pr. Rezazi Omar*

*Professeur, Université de Blida2, Algérie*

*Rezazi@yahoo.fr*

#### **Résumé :**

Les flux de trésorerie présentent des propriétés statistiques et chronologiques particulières, que l'on ne retrouve pas sur les autres marchés financiers. Cet article vise à traiter et analyser les chocs informationnels cycliques des flux de trésorerie à travers la recherche de l'hétéroscédasticité conditionnelle sur la base d'une classe de modèles ARMA avec erreur GARCH qui donne des informations utiles sur la nature et l'amplitude des différents chocs informationnels.

**Mots-clés :** ARMA, GARCH, Flux, Trésorerie, Chocs cycliques

#### **Abstract:**

Cash flows have special statistical and chronological properties, which are not found in other financial markets. This article aims to treat and analyze cyclical informational shocks of cash flows through the search for conditional heteroskedasticity on the basis of a class of ARMA models with GARCH error which gives useful information on the nature and amplitude of different informational shocks.

**Keywords:** ARMA, GARCH, Flows, Cash, Cyclical shocks

#### **الملخص:**

يهدف هذا المقال إلى التحليل الإحصائي للسلوك الدوري لتدفقات الخزينة الذي تتميز به الأسواق المالية؛ وذلك من خلال البحث عن عدم تجانس التباين الشرطي عبر نموذج ARMA مع خطأ GARCH الذي يعطي معلومات مهمة حول طبيعة ومدى الصدمات المختلفة التي تطرأ على سلسلة تدفقات الخزينة.

**الكلمات المفتاحية:** نماذج ARMA، نماذج GARCH، التدفقات، الخزينة، الصدمات الدورية

### **1. Introduction :**

La présence de l'hétéroscédasticité en finance a d'importantes implications sur la théorie financière moderne. L'existence d'un phénomène hétéroscédastique dans la série permet d'expliquer la possibilité d'une relation entre les variables financières et la volatilité et de rendre compte de délais d'ajustement des prix à l'information. Les flux de trésorerie présentent des propriétés statistiques particulières, que l'on ne retrouve pas sur les autres marchés financiers. La prise en compte de ces propriétés est fondamentale pour aborder le problème de la modélisation. La modélisation des persistances dans les séries temporelles a constitué une grande priorité dans le domaine de la recherche économique. Les séries temporelles dans un grand nombre d'applications statistiques exhibent une tendance déterministe ou stochastique.

Une tendance déterministe est décrite par une fonction déterministe, alors que la tendance stochastique est générée par un processus non stationnaire purement stochastique. Box et Jenkins (1976) ont proposé un modèle ARMA qui présente l'intérêt de tenir compte du comportement de court terme de la série au travers des paramètres autorégressifs moyenne mobile. Cependant, l'hypothèse de bruit blanc sur les résidus du modèle ignore la présence de l'hétéroscédasticité conditionnelle puisque les séries financières sont en général caractérisées par une volatilité variable et par des non linéarités de type chaotique. La variance conditionnelle, qui est une mesure de risque, peut donc être modélisée par des modèles de type ARCH (Engle, 1982) ou GARCH (Bollerslev, 1986). La modélisation ARMA-GARCH proposé par Weiss (1986) correspond à une représentation spécifique de la non linéarité qui permet une modélisation simple de l'incertitude. La mesure de la persistance des chocs de volatilité est immédiate.

Ces modèles traditionnels GARCH et IGARCH, communément utilisés dans la modélisation des séries financières à haute fréquence, impliquent une persistance des chocs de volatilité respectivement faible et infinie.

Dans cet article on s'intéresse plus particulièrement à l'analyse du comportement cyclique du choc informationnel et à la recherche d'une éventuelle hétéroscédasticité conditionnelle dans les flux de trésorerie à la grande poste de Blida à travers un modèle ARIMA avec erreur GARCH.

Dans cette optique, le premier point sera consacré à la présentation du modèle ARIMA-GARCH et on donne une procédure d'estimation par la méthode du maximum de vraisemblance. Le second point sera réservé à une application empirique sur la série

hebdomadaire des flux de trésorerie qui couvre la période du 1/04/2011 au 23/05/2013 (112 observations), on va comparer la qualité prévisionnelle des modèles ARMA-GARCH avec celle d'une démarche aléatoire.

## 2. Présentation du modèle ARIMA avec erreur GARCH

On dit que  $\{Y_t\}$  est un processus Autorégressif Moyenne mobile intégré avec erreur GARCH, noté *ARIMA-GARCH* s'il vérifie l'équation suivante :

$$\phi(B)(1-B)^d Y_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (1)$$

avec :  $\varepsilon_t = \eta_t \times h_t, \eta_t \sim N(0,1)$  (2)

et  $h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p, \beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q$

Si  $q = 0$  on a un  $GARCH(p, q) = GARCH(p, 0) = ARCH(p)$  et si  $p = q = 0$  alors l'erreur  $\varepsilon_t$  est un *i.i.d* « indépendamment et identiquement distribuée ».

Le processus  $GARCH(p, q)$  est un processus *ARCH* d'ordre infini, dont les paramètres décroissent de façon géométrique. Ce processus est une solution alternative qui a l'avantage de retenir une structure de retard plus simple. Il représente de manière parcimonieuse un ordre élevé pour un *ARCH* et donne une mémoire plus longue.

Ce processus peut être formulé en terme de processus *ARMA* usuel, écriture très pratique pour traiter du problème de la stationnarité. Soit :  $v_t = \varepsilon_t^2 - h_t^2$ . L'équation :

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)h_t^2 \quad (3)$$

devient :

$$[1 - \alpha(L) - \beta(L)]\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + [1 - \beta(L)]v_t \quad (4)$$

Par conséquent, ce modèle *GARCH* peut effectivement s'écrire sous la forme d'un *ARMA*(max( $p, q$ ),  $q$ ) sur le carré du processus d'innovations  $\varepsilon_t$ . Le processus  $GARCH(p, q)$  est stationnaire au sens faible si

$$\alpha(1) + \beta(1) = \sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1 \quad (5)$$

Où :  $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ ,  $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q$ ,  
 $\beta(B) = 1 - \beta_1 B - \dots - \beta_r B^r$  et  $\alpha(B) = 1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p$  sont des polynômes retard de  
degrés  $p$ ,  $q$ ,  $p'$  et  $q'$  respectivement et toutes ses racines sont en dehors du cercle unité.,  $B$  est  
l'opérateur de retard,  $d \in \{0,1\}$  et  $u_t$  est un processus *iid* suit une loi normale.

Si on recourt à l'hypothèse d'une hétéroscédasticité conditionnelle, on testera donc  
une spécification de type *ARCH* contre une spécification de type *GARCH*. Nous testons en fait  
l'hypothèse nulle  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_q = 0$  contre l'hypothèse alternative  $H_1 : \exists \beta_j \neq 0$ .  
Pour ce faire, on calcule le coefficient de détermination  $R^2$  associé à l'équation  
 $\hat{h}_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \hat{\beta}_j h_{t-j}^2$  et on compare la statistique  $T \times R^2$  à la valeur de  $\chi^2(q)$ .  
Si elle est supérieure à la valeur critique, les erreurs obéissent à un processus de type  
*GARCH*( $p, q$ ).

Il existe plusieurs méthodes pour estimer conjointement l'espérance et la variance  
conditionnelles : la méthode du pseudo-maximum de vraisemblance (PMV) (on écrit la  
vraisemblance comme si les résidus étaient normaux sans faire l'hypothèse de normalité) et  
celle de vraisemblance exacte (MV). Nous avons :

$$E(Y_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots) = m_t(\theta)$$

$$\text{var}(Y_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots) = h_t^2(\theta)$$

où  $\theta' = (\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q)$  le vecteur des paramètres de  
l'espérance et de la variance conditionnelles. Le logarithme de la fonction du maximum de  
vraisemblance est donné par :

$$\log L(\theta) = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log h_t(\theta) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{[Y_t - m_t(\theta)]^2}{h_t(\theta)} \quad (6)$$

Les estimateurs du MV et PMV, sous l'hypothèse de normalité, notés  $\hat{\theta}$  vérifient un  
système non linéaire comportant  $(p' + q' + p + q + 1)$  équations :

$$\left. \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0$$

avec :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{1}{h_t(\hat{\theta})} \left. \frac{\partial h_t(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{[Y_t - m_t(\hat{\theta})]^2}{h_t^2(\hat{\theta})} \left. \frac{\partial h_t(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} \\ &+ \sum_{t=1}^T \frac{[Y_t - m_t(\hat{\theta})]}{h_t(\hat{\theta})} \left. \frac{\partial h_t(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} \end{aligned}$$

Sous des conditions de régularité, l'estimateur du PMV est asymptotique, distribué selon la loi normale :

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} N(0, J^{-1} I J^{-1})$$

La matrice des variances –covariances asymptotique du PMV s'écrit :

$$\begin{aligned} J &= E_0 \left[ -\frac{\partial^2 \log L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \right] \\ I &= E_0 \left[ \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta'} \right] \end{aligned}$$

où  $E_0$  représente la moyenne selon la loi. Dans la pratique, les deux matrices I et J sont estimées directement en remplaçant  $E_0$  par la moyenne empirique et le paramètre inconnu  $\theta$  par son estimateur asymptotique  $\hat{\theta}$ . Nous avons :

$$\begin{aligned} \hat{J} &= -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left. \frac{\partial^2 \log L(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \right|_{\theta=\hat{\theta}} \\ \hat{I} &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left. \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} \left. \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta'} \right|_{\theta=\hat{\theta}} \end{aligned}$$

et la variance estimée de  $\hat{\theta}$  vérifie :

$$\text{var}[\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta)] = \hat{J}^{-1} \hat{I} \hat{J}^{-1}$$

Dans le cas où  $J = I$  (MV), la matrices de variances-covariances asymptotique est donnée par :

$$\text{var}[\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta)] = J^{-1}$$

### 3. Analyse Empirique

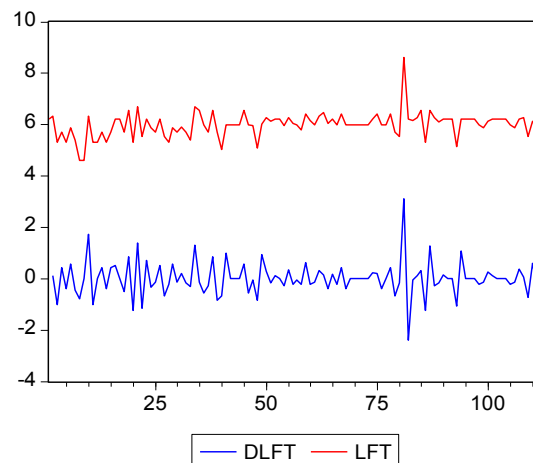
On analyse le comportement cyclique de la série hebdomadaire des flux de trésorerie qui couvre la période historique du 1/04/2011 au 23/05/2013 (112 observations). La mise en œuvre des divers tests nécessite que la série analysée soit stationnaire. Ainsi, l'application des tests de Philips-Perron et de KPSS donnent que les informations logarithmiques de la série sont caractérisées par la présence d'une racine unitaire.

**Tableau 1 – Résultats des tests de racine unitaires**

Type de modèle	Test de Philips-Perron	Test de KPSS	
	Stat.de Philips-Perron	Stat. de LM	Valeur critiques de et al Kwiatkowski
Modèle (1)	-25.78562 )-2.8877(	-	-
Modèle (2)	-25.92932 (-1.9429(	0.0232	0.463
Modèle (3)	-25.61164 (-3.4508)	0.0194	0.146

La série est finalement log-différenciée pour obtenir une série stationnaire (*DLFT*).

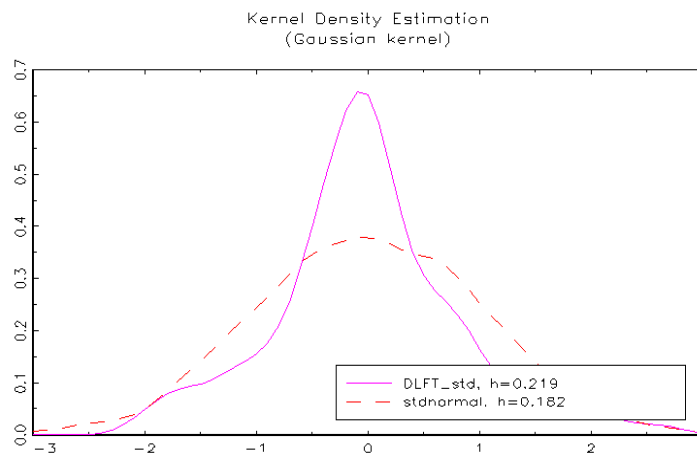
**Figure 1 – La série en logarithme (LFT) et la série log-différenciée (DLFT)**



L'hypothèse de normalité de la série (*DLFT*) est clairement rejetée d'après les résultats trouvés ci-dessous.

Tableau 2 – Statistiques descriptives de la série log-différenciée (*DLFT*)

Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	JB	ARCH(2)
0.0016	0.655	0.667	7.936	120.966	20.16

Figure 2 – Estimateur à noyau de la densité de probabilité de la série (*DLFT*)

L'asymétrie constatée peut être le signe de la présence de non linéarités dans le processus. Le diagramme de dispersion de la série (figure 3) ne se présente pas sous la forme d'un ellipsoïde régulier et confirme la non linéarité de la série. De plus, notre série est conditionnellement hétéroscédastique d'après le résultat du test ARCH-LM reportés dans le tableau 2, puisque l'hypothèse nulle d'homoscédasticité est rejetée au seuil de 5%. Il est probable que le rejet de l'hypothèse nulle provienne de la présence d'un effet hétéroscédastique, très fréquemment rencontré dans les séries financières.

Au regard du tableau 3, l'hypothèse de marche aléatoire est clairement rejetée. Les statistiques de *BDS*, qui teste la présence des dépendances de type linéaires ou non linéaires, sont strictement supérieures à la valeur critique au seuil de 5%.

Ces premiers tests font généralement ressortir la présence d'autocorrélations significatives différentes de zéro à court terme, Elles nous conduisent à rejeter l'hypothèse nulle, mais ne permettent nullement de déceler la présence d'une structure de dépendance à long terme. Devant cet état de fait, nous analysons le comportement cyclique de cette série stationnaire en travaillant sur des horizons plus longs. En traçant le périodogramme de cette série (voir figure 4) (avec les fenêtres de Tuckey), nous notons que la densité spectrale n'est pas concentrée autour des faibles fréquences, elle ne tend pas vers l'infini lorsque la fréquence

tend vers zéro. Il n'y a pas donc un signe de mémoire longue persistante qui reste à confirmer avec les tests relatifs.

Pour cette raison, nous avons estimé le coefficient d'intégration fractionnaire par des méthodes semi-paramétriques basées sur les fenêtres spectrales. D'après le tableau 4, il est évident que la série stationnaire des flux de trésorerie n'est générée que par un processus de mémoire courte. Quelques valeurs de la statistique de Student (avec une puissance de 0.8) sont strictement inférieures à la valeur critique au seuil de 5%. De plus, Les paramètres estimés sont supérieures à 0.5 en valeur absolue Les flux de trésorerie sont donc prévisibles à court terme. En effet, les mouvements observés apparaissent comme le résultat de chocs exogènes transitoires c'est-à-dire que les flux de trésorerie reviendront vers leurs valeurs fondamentales.

Les résultats de l'estimation du modèle ARIMA par la méthode de Gauss-Newton sont reportés dans le tableau 5. Après avoir sélectionné le modèle optimal en minimisant les critères AIC et Schwarz, les résultats indiquent que la constante et le coefficient de MA(1) sont significativement différents de zéro et le modèle a un pouvoir explicatif. Par contre, nous remarquons que les résidus (figure 5) ne sont pas caractérisés par une distribution gaussienne (tableau 6), nous notons aussi le caractère leptokurtique des résidus (figure 6). Cette asymétrie peut être le signe de la présence des non linéarités dans les résidus. Cependant, ces résidus peuvent être modélisés par les modèles *GARCH* car la présence d'un effet *ARCH* est confirmée par le résultat du test *ARCH LM* sur les résidus ( $T \times R^2 = 10.246 > \chi_{0.05}^2(1)$ ). C'est pour cette raison qu'on va examiner la variance conditionnelle de la série afin d'étudier la possibilité de conséquences transitoire des chocs sur la volatilité.

La détermination du processus ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) suivi par notre série sera mise en œuvre par une maximisation en déterminant simultanément les processus suivis par l'équation de la moyenne et l'équation de la variance avec l'algorithme BHHH. Les tests mis en place, par la suite, vont nous permettre de juger de la solidité du modèle, d'une part, au niveau de l'absence de l'autocorrélation et de l'hétéroscédasticité, et d'autre part, de la bonne modélisation de l'effet ARCH.

Au regard du tableau 7, nous constatons que les coefficients de ce modèle sont hautement significatifs et la somme des coefficients du modèle GARCH sont strictement inférieurs à 1 (la stationnarité du modèle GARCH(1,1) est vérifiée). Il est à noter que d'après figure 7, la série estimée converge vers la série actuelle. En outre, la série des résidus standardisés du modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) (cf. figure 8) est stationnaire puisque d'après (figure 9), toutes les autocorrélations simples ne sont pas significativement différentes



de zéro au seuil de 5%. Les statistiques du test de *BDS* confirment ces résultats (cf. tableau 8), les résidus du modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) sont caractérisés l'absence de corrélation sérielle, c'est-à-dire qu'ils ne présentent aucune dépendance, les statistiques sont strictement inférieures à la valeur critique 1.96 pour tous les dimensions de plongement  $m$ . Enfin, l'absence d'hétéroscédasticité conditionnelle est confirmée par le test ARCH-LM sur les résidus standardisés ( $T \times R^2 = 0.00017 < \chi_{0.05}^2(1)$ ).

Afin de comparer les performances prévisionnelles du modèle proposé et celui de marche aléatoire, deux critères sont utilisés, l'erreur moyenne quadratique (*EMQ*) et l'erreur absolue moyenne (*EAM*):

$$EMQ = H^{-1} \sum_{h=1}^H (\hat{Y}_{n-H+h} - Y_{n-H+h})^2$$

$$EAM = H^{-1} \sum_{h=1}^H \left| \hat{Y}_{n-H+h} - Y_{n-H+h} \right|$$

où :  $h$  est l'horizon de prévision,

$H$  est le nombre total de prévision correspondant à l'horizon  $h$  sur la période prévisionnelle,

Le tableau 9 comporte les résultats de prévisions fournies par les deux modèles. L'écart entre les critères *EMQ* et *EAM* n'apparaît pas très important. Nous remarquons que, quel que soit l'horizon de prévision, la modélisation avec la marche aléatoire est battue par le modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1) testé. Nous constatons en général de bonnes capacités prévisionnelles du modèle à un horizon d'une, deux, trois, quatre, cinq et six semaines. En effet, la marche aléatoire ne prend en compte que la mémoire de court terme de la série et néglige en conséquence totalement la mémoire de long terme.

Étant donné que la série des flux de trésorerie se caractérise par une présence des dynamiques de court terme dans les équations de la moyenne et de la variance conditionnelles, et par un phénomène d'hétéroscédasticité, cette modélisation permet le calcul des meilleures prévisions à court terme que le modèle de marche aléatoire. Bien que l'écart entre les critères *EMQ* et *EAM* n'apparaisse pas très important, ce qui compte dans cette étude est le caractère systématique du modèle. En effet, les mouvements des flux de trésorerie apparaissent comme le résultat de chocs exogènes transitoires c'est-à-dire que les conséquences d'un choc seront transitoires, les flux de trésorerie reviendront vers leurs valeurs fondamentales pré-choc et le choc est anti-persistant à long terme.

#### **4. Conclusion**

Dans cet article, nous avons recherché la présence d'un choc exogène dans la série des flux de trésorerie à la poste de Ouargla. Dans cette étude, nous avons proposé un modèle à mémoire courte conditionnellement hétéroscédastique. Nous avons mis en œuvre la méthode du maximum de vraisemblance exact pour estimer cette classe de modèles en prenant en considération le phénomène d'anti-persistence de long terme au niveau de la variance conditionnelle. D'après les résultats, les chocs informationnels ont des conséquences transitoires sur la volatilité et le modèle ARIMA-GARCH a une supériorité évidente sur le modèle de marche aléatoire pour tous les horizons.

#### **Références**

- [1] Akaike, H. (1970), *Statistical Predictor Identification*, *Annals of Institute of Statistical Mathematics*, 22, 203-217.
- [2] Andersen, T. G., T. Bollerslev, P. F. Christoffersen, and F. X. Diebold. (2006), *Volatility and correlation forecasting*. In G. Elliott, C. W. J. Granger, and A. Timmermann (eds.), *Handbook of Economic Forecasting*, Amsterdam: North-Holland, 778-878.
- [3] Andrews, D. W. K., et P. Guggenberger (2003), *A Bias-Reduced Log-Periodogram Regression Estimator for the Long-memory Parameter*, *Econometrica*, 71, 675-712.
- [4] Beran, J. (1994). *Statistics for long-memory processes*. Chapman & Hall, New York.
- [5] Beran, J. (1995). *Maximum likelihood estimation of the differencing parameter for invertible short- and long-memory ARIMA models*. *J. Roy. Statist. Soc. B*, 57, 672-695.
- [6] Beran, J., Bhansali, R.J., Ocker, D. (1998). *On unified model selection for stationary and nonstationary short- and long-memory autoregressive processes*. *Biometrika*, 85, 921-934.
- [7] Bollerslev, T. (1986). *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. *J. Econometrics*, 31, 307-327.
- [8] Bourbonnais, R et Terraza, M. (1998), *Analyse des séries temporelles en économie*, Paris : PUF.
- [9] Bresson, G et Michaud, G.C. (1995), *Econométrie des séries temporelles Théorie et application*, Paris : P.U.F.
- [10] Brock, W.A, Dechert, W.D, Scheinkman, J.A and LeBaron, B. (1996),
- [11] Chen, M. and An, H.Z. (1998). *A note on the stationarity and the existence of moments of the GARCH model*. *Statistica Sinica*, 8, 505-510.
- [12] Davidson, J., Terasvirta, T.T. (Eds.), (2002), *Long Memory and Nonlinear Time Series*, *Journal of Econometrics*, 110 (2) 105-437.
- [13] Droesbeke, J.J, Fichet, B et Tassi, P. (1994), *Modélisation ARCH : Théorie statistique et applications dans le domaine de la finance*, Belgique : Editions de l'universite de Bruxelles.

- [14] Engle, R.F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimation of U.K. inflation. *Econometrica*, 50 987–1008.
- [15] Feng, Y. (2004). *Non- and Semiparametric Regression with Fractional Time Series Errors – 22 Theory and Applications to Financial Data. Habilitation Monograph, University of Konstanz.*
- [16] Fox R. et Taqqu M.S. (1986), Large Sample properties of Parameter Estimates for Strongly Dependant Stationary Gaussian Time Series, *Annals of Statistics*, 14, 517-532.
- [17] Geweke, J., Porter-Hudak,S., (1983), The estimation and application of long-memory time series models, *Journal of Time Series Analysis*, 4, 221-238.
- [18] Gouriéroux, C. et Monfort, A. (1995), *Séries temporelles et modèles dynamiques*, Paris : Economica.
- [19] Gouriéroux, C. (1992), *Modèles ARCH et application financière*, Paris : Economica..
- [20] Granger, C. W. J. and Joyeux, R. (1980). An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. *J. Time Ser. Anal*, 1, 15-30.
- [21] Guy, M. (1990), *Méthodes de prévision à court terme*, Bruxelles : Edition Ellipses
- [22] Hosking, J. R. M. (1981), Fractional differencing. *Biometrika*, 68, 165–176.
- [23] Lavoyer, J.C et Ternisien, M. (1989), *Le tableau des flux de trésorerie. La ville EGUERIN Editions, Paris.*
- [24] Nelson, D.B. (1991), Conditional herteroskedasticity in Asset Returns: A new Approach. *Econometrica*, 59, 347–370.
- [25] Schwarz, G. (1978), Estimating the dimension of a Model. *Annals of Statistics*, 6,461-464.
- [26] Tsai, H., and K.-S. Chan. (2007), A note on inequality constraints in the GARCH model, Technical Report No 361, Department of Statistics & Actuarial Science, The University of Iowa.
- [27] Robinson, P.M. (1991). Testing for strong serial correlation and dynamic conditional heteroskedasticity in multiple regression. *J. Econometr.*, 47, 6784.

**Annexe :**

<i>m</i>	Fraction of pairs	Standard Deviation
2	4.995321	3.981657
3	5.298525	5.597770
4	4.746741	5.805595
5	4.555411	6.455642
6	4.536936	8.160954
7	4.522399	10.38050
8	4.781832	13.20137
9	5.036983	16.69933
10	5.400771	21.80181

Tableau 3 – Résultats du test de BDS sur la série log-différenciée (DLFT)

Ordonnées	Les fenêtres						
	GPH	Rectangular	Bartlett	Daniell	Tukey	Parzen	B-priest
$T^{0.8}$	-0.654	-0.646	-0.650	-0.351	-0.749	-0.649	-0.548
	(-1.021)	(-1.007)	(-0.874)	(-0.854)	(-0.321)	(-0.947)	(-0.254)

(.) : Les ratios de Student

Tableau 4 – Résultats d'estimation semi-paramétrique du coefficient de mémoire longue

Les paramètres	ARIMA
$\hat{\phi}_1$	-
$\hat{\phi}_2$	-
$\hat{\theta}_1$	-0.988 (-61.441)
$\hat{\theta}_0$	0.0053 (3.46)
Akaike	1.286
Schwarz	1.335
$R^2$	0.520
DW	2.108

Tableau 5 – Estimation du modèle sélectionné par la méthode de Gauss-Newton

Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	JB	ARCH(2)
-0.027	0.453	1.161	10.604	292.401	10.246

Tableau 6 – Statistiques descriptives des résidus du modèle ARIMA(0,1,1)

Les paramètres	ARIMA-GARCH
$\hat{\phi}_1$	-
$\hat{\phi}_2$	-
$\hat{\theta}_1$	-0.977181 (-109.6077)
$\hat{\alpha}_0$	0.114133 (2.429454)
$\hat{\alpha}_1$	0.0053 (3.46)
$\hat{\beta}_1$	0.457167 (3.011031)
Akaike	1.404227
Schwarz	1.501867
$R^2$	0.479734
DW	1.966124
ARCH-LM	0.00017

Tableau 7 – Estimation du modèle ARIMA-GARCH par la méthode de vraisemblance exact –  
Algorithme de BHHH -

$m$	Fraction of range	Probabilité
2	-0.200512	0.8411
3	-0.796597	0.4257
4	0.001838	0.9985
5	-0.358225	0.7202
6	0.101059	0.9195
7	0.483494	0.6287
8	0.072456	0.9422
9	0.499553	0.6174
10	0.792568	0.4280

**Tableau 8 – Résultats du test BDS sur les résidus standardisés**

Horizon	Critère	Marche Aléatoire	ARIMA-GARCH
1 semaine	EMQ	9.0428	8.0644
	EAM	4.2844	3.1432
2 semaines	EMQ	9.2214	8.0648
	EAM	4.3628	3.1763
3 semaines	EMQ	9.3488	8.6231
	EAM	4.5611	3.2302
4 semaines	EMQ	9.5201	8.7003
	EAM	4.6027	3.4804
5 semaines	EMQ	9.6796	8.7201
	EAM	4.7726	3.6327
6 semaines	EMQ	9.8151	8.7803
	EAM	4.8814	3.7411

**Tableau 9 – Comparaison des qualités prédictives**

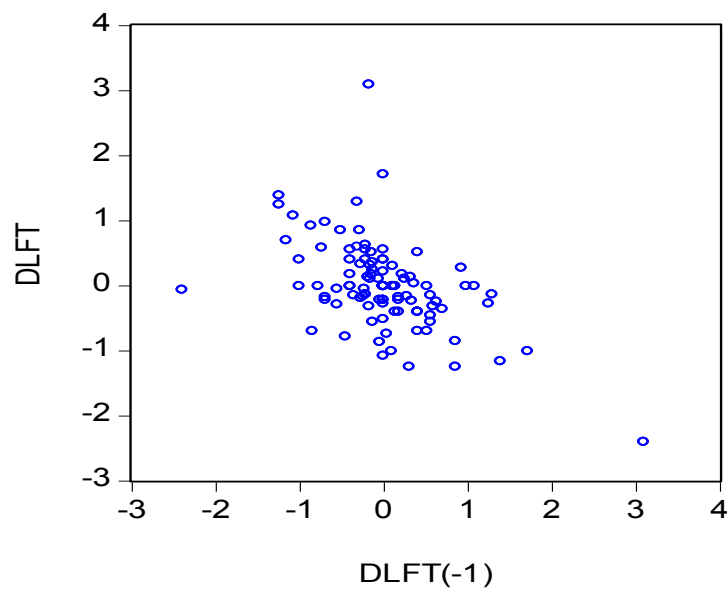


Figure 3 – diagramme de dispersion de la série (DLFT)

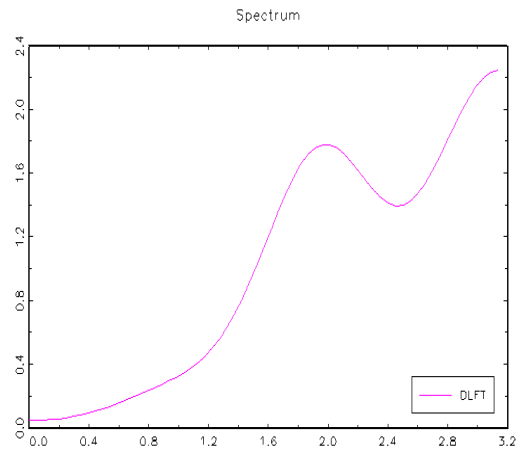


Figure 4 – Le spectre de la série (DLFT)

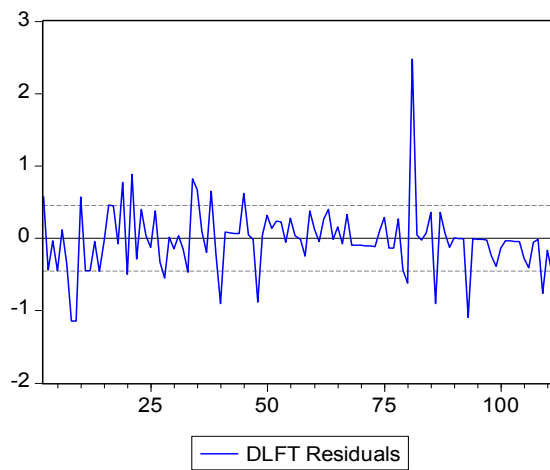


Figure 5 – Résidus du modèle ARIMA(0,1,1)

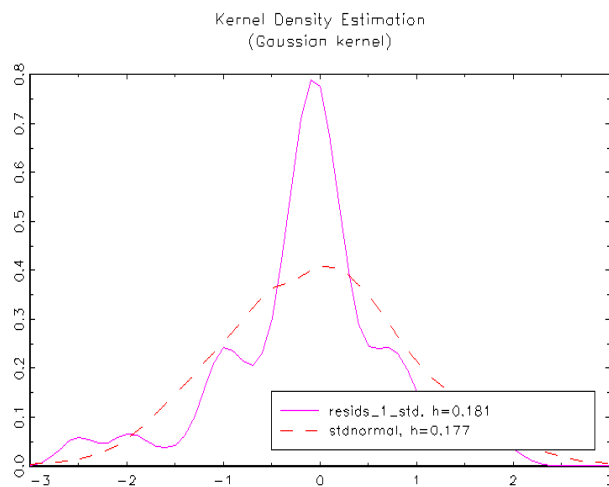


Figure 6 – Estimateur à noyau de la densité de probabilité des résidus du modèle ARIMA

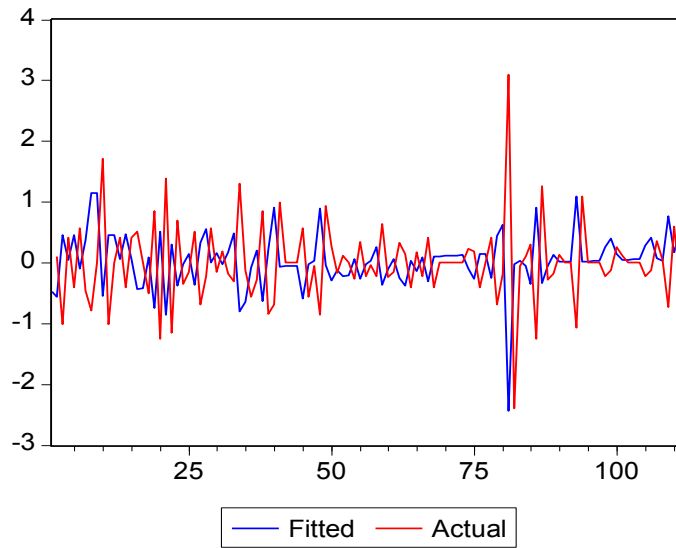


Figure 7 – Estimation de la série DLFT

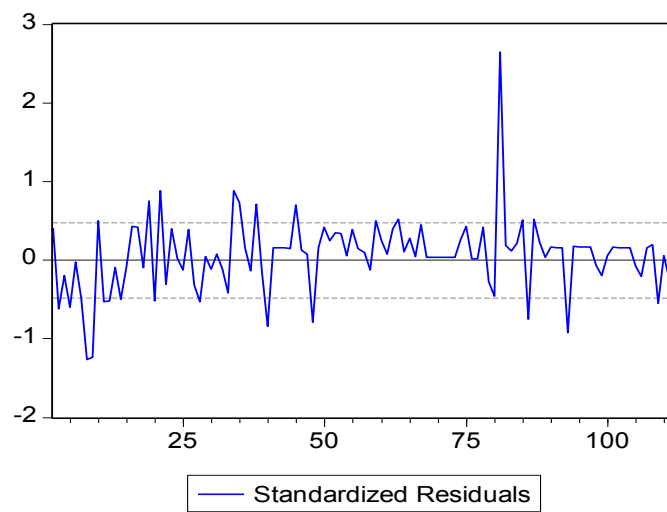




Figure 8 – Résidus du modèle ARIMA(0,1,1)-GARCH(1,1)

